

التمرين الثالث (8نقط)

نعتبر الدالة العددية المعرفة على  $R$  بمايلي:  $g(x) = (1-x)e^{-x} + 1$

a(1) بين أن  $\forall x \in R, g'(x) = \frac{x-2}{e^x}$  (0.5ن)

b- بين أن  $g$  تزايدية  $[2; +\infty[$  وان  $g$  تناقصية  $]-\infty; 2]$  (0.5ن)

c- اعط جدول تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $R$ , ثم احسب  $g(2)$  (0.5ن)

(2) بين ان الدالة  $\forall x \in R; g(x) \geq 0$  (0.5ن)

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة العددية المعرفة على  $R$  بمايلي:  $f(x) = xe^{-x} + x$

a(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

وبين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = 0$  ثم حدد الفرع اللانهائي بجوار  $+\infty$  (1.5ن)

b- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم حدد الفرع اللانهائي بجوار  $-\infty$  (1ن)

c- ادرس الوضع النسبي بين  $C_f$  و  $C_g$  و  $y = x$  (0.5ن)

a(3) بين أن  $\forall x \in R; f'(x) = g(x)$  ثم اعط جدول تغيرات (0.5ن)

(4) اكتب معادلة المماس المنحنى عند النقطة  $(0,0)$  (0.5ن)

(5) بين أن  $\forall x \in R; f''(x) = g'(x)$  ثم حدد نقطة الانعطاف (1ن)

(6) أنشئ المنحنى  $C_f$  (1ن)

التمرين الرابع (3ن)

a(1) احسب النهايت التالية: (1.5ن)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x}{x} \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1 - xe^x) \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - x^2)e^x$$

b- احسب التكاملات التالية (1.5ن)

$$I_2 = \int_2^3 \left( \frac{x^3 - 3x + 3}{x^2} \right) dx \quad \text{و} \quad I_1 = \int_0^1 (x^2 - 3x + 3) dx$$

$$I_3 = \int_1^3 (e^{2x} + e^{-2x}) dx$$

التمرين الاول (4,5 نقطة)

(1) حل في المجموعة  $C$  المعادلة التالية:  $z^2 - 8z + 17 = 0$  (0.75ن)

(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر

النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  التي الحاقها على التوالي هي:

$$a = i \quad \text{و} \quad b = 1 + i \quad \text{و} \quad c = 1 - i$$

a- اكتب على الشكل المثلي الاعداد  $A$  و  $B$  و  $C$  (0.75ن)

b- بين أن:  $\frac{c-b}{a-b} = -2i$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  (1ن)

d- ليكن  $z$  لحق النقطة  $M$  من المستوى العقدي و  $z'$  لحق نقطة  $M'$  صورة  $M$

a- بالدوران  $R$  الذي مركزه النقطة  $z = i$  وزاويته هي  $\frac{\pi}{2}$

b- بالازاحة ذات المتجهة  $\vec{U}$  التي لحقها  $z = 1 + i$

1- حدد الكتابة العقدية للدوران  $R$  والازاحة  $T$  (1ن)

2- تحقق أن صورة النقطة  $A$  بالدوران  $R$  هي النقطة  $D$  ذات اللوح

$$z_D = 2i \quad (0.5ن)$$

3- حدد صورة  $E$  صورة  $C$  بالازاحة  $T$  (0.5ن)

التمرين الثاني (4,5 نقطة)

لتكن  $(U_n)$  المتتالية العددية المعرفة بمايلي:  $U_0 = 3$  و  $U_{n+1} = \frac{u_n - \frac{1}{4}}{u_n + 2}$

a(1) بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} + \frac{1}{2} = \frac{3(u_n + \frac{1}{2})}{2(u_n + 2)}$  (0.5ن)

b- بين بالترجع أن  $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > \frac{1}{2}$  (0.5ن)

c- بين أن  $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} - U_n = -\frac{(2u_n + 1)^2}{4(u_n + 2)}$  (1ن)

ثم بين أن المتتالية  $U_n$  تناقصية واستنتج أنها متقاربة

(2) نضع  $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = \frac{2}{2u_n + 1}$

a- بين أن المتتالية  $(V_n)$  حسابية (1ن)

b- استنتج  $V_n$  و  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهاية  $(U_n)$  (1.5ن)